

Transformada Z

Resultados

Ejercicios de Cálculo

1.1.

	$H_1(z)$	$H_2(z)$	$H_3(z)$
TZ	$\frac{1}{1-pz^{-1}}$	$\frac{1}{1-qz^{-1}}$	$\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} - \frac{1}{1-4z^{-1}} = \frac{-\frac{15}{4}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)\left(1-4z^{-1}\right)}$
ROC	$ p < z $	$ z < q $	$\left \frac{1}{4}\right < z < 4 $

1.2.

	TZ	ROC
$Y_2(z)$	$\frac{5}{2}z^{-1} - 14z = -14 \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{5}{28}}z^{-1}\right)\left(1 + \sqrt{\frac{5}{28}}z^{-1}\right)}{z^{-1}}$	$0 < z < \infty$
$Y_3(z)$	$\frac{1 - z \cos \omega_0}{1 - 2z \cos \omega_0 + z^2}$	$ z < 1$
$Y_4(z)$	$\frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 - z^{-1}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$	$1 < z $

2.1.1.

v
az^{-1}

$H(v)$	$H'(v)$	$H''(v)$	$H'''(v)$	$H^{(n)}(v)$
$\log(1-v)$	$\frac{-1}{(1-v)} = -(1-v)^{-1}$	$\frac{-1}{(1-v)^2} = -(1-v)^{-2}$	$-2(1-v)^{-3}$	$-(n-1)(1-v)^{-n}$

$H(v=0)$	$H'(v=0)$	$H''(v=0)$	$H'''(v=0)$	$H^{(n)}(v=0)$
0	-1	-1	-2	$-[n-1]$

$H(z)$	$h[n]$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{X^{(n)}(0)v^n}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[n-1]}{n!} a^n z^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} a^n z^{-n}$	$-\frac{1}{n} a^n u[n-1]$

2.1.2.

$-\frac{z}{\partial z} \frac{\partial H(z)}{\partial z}$	$nh[n]$	$h[n]$
$-z \frac{az^{-2}}{(1-az^{-1})} = \frac{-az^{-1}}{(1-az^{-1})}$	$-aa^{n-1}u[n-1] = -a^n u[n-1]$	$\frac{-1}{n} a^n u[n-1]$

2.2.

$H(z)$	$h[n]$
$\frac{\frac{5}{2}}{1 - \frac{1}{2}z} - \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{3}{10}z^{-1}}$	$\frac{5}{2} \left[\frac{1}{2}\right]^n u[n] - \frac{3}{2} \left[\frac{3}{10}\right]^n u[n]$

3.1.1.~3.1.2.

$H(z)$	ROC	$h[n]$
$\frac{a^{-1}z(1-z^{-1})}{(1-az^{-1})} = \frac{a^{-1}(z-1)}{(1-az^{-1})}$	$ a < z < \infty$	$a^{-1}[a^{n+1}u[n+1] - a^n u[n]] = a^{-1}\delta[n+1] + [a^n - a^{n-1}]u[n]$

3.1.3. Si $H(z)$ tiene $ROC = \{z \in C / |z| > r \in R\} \Rightarrow H(z)$ es sistema causal

$\therefore H(z)$ es sistema no causal $\Leftarrow H(z)$ tiene ROC: $|a| < |z| < \infty$

3.1.4. Si $H(z)$ tiene $ROC \subset \{z \in C / |z| = 1\} \Rightarrow H(z)$ es sistema estable

$H(z)$ tiene ROC: $|a| < |z| < \infty \therefore H(z)$ es sistema estable sii $|a| < 1$

3.2.1~3.2.2.

TZ del sistema de ecuaciones	Ecuación en diferencias
$\begin{cases} W(z) = \frac{3}{4}W(z)z^{-1} - \frac{1}{8}W(z)z^{-2} + X(z) \\ Y(z) = W(z) - W(z)z^{-1} \end{cases}$	$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] - x[n-1]$

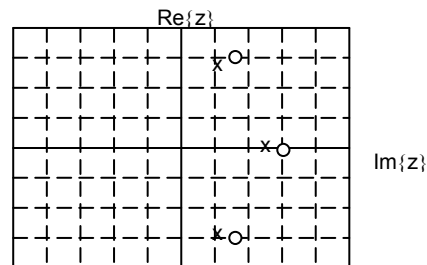
3.2.3~3.2.4.

H(z)	h[n]
$\frac{1-z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{-2}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)} + \frac{3}{\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}$	$u[n] \left[-2\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3\left(\frac{1}{4}\right)^n \right]$

3.3.1.~3.3.2.

c ₁	c ₂	c ₃
1	$e^{j\frac{2}{5}\pi}$	$e^{-j\frac{2}{5}\pi}$

p ₁	p ₂	p ₃
0,95	$0,95e^{j\frac{2}{5}\pi}$	$0,95e^{-j\frac{2}{5}\pi}$



3.3.3.

$$H(z) = \frac{(z-1) \left(z - e^{j\frac{2}{5}\pi} \right) \left(z - e^{-j\frac{2}{5}\pi} \right)}{(z-0,95) \left(z - 0,95e^{j\frac{2}{5}\pi} \right) \left(z - 0,95e^{-j\frac{2}{5}\pi} \right)}$$

4.1.

TZ unilateral de la ecuación	Solución
$Y(z) + 3 + 3z^{-1}Y(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$	$y[n] = \left[\frac{1}{4} - \frac{9}{4}(-3)^n \right] u[n]$