

Transformada Z

■ Guía de ejercicios

Ejercicios de cálculo

1. Transformada Z.

- 1.1. Calcular la transferencia de los sistemas cuyas respuestas impulsivas están definidas a continuación, indicando la región de convergencia.

$$h_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

$$h_2[n] = -\left(\frac{1}{4}\right)^n u[-n-1]$$

$$h_3[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^{|n|}$$

- 1.2. Para las siguientes secuencias, calcular la transformada Z indicando la región de convergencia, utilizando las propiedades

$$y_1[n] = 0.5^n [5\delta[n-1] - 7\delta[n+1]]$$

$$y_2[n] = \cos[-\omega_0 n] u[-n]$$

$$y_3[n] = u[n] * 0.5^n u[n]$$

2. Antittransformada Z.

- 2.1. Determinar la respuesta impulsiva $h[n]$ del sistema causal calculando la antittransformada de $H(z)$

2.1.1. Por desarrollo en series de potencia (tomando una variable intermedia v).

2.1.2. Por diferenciación en el dominio Z.

$$H(z) = \ln(1 - az^{-1})$$

- 2.2. Determinar la secuencia $y[n]$ unilateral derecha calculando la antittransformada de $Y(z)$

2.2.1. Expandir la transformada Z en fracciones parciales.

$$Y(z) = \frac{1}{1 - 0.8z^{-1} + 0.15z^{-2}}$$

3. Características de los sistemas de tiempo discreto.

- 3.1. Un sistema tiene la secuencia de salida $y[n]$ ante una entrada escalón unitario.

3.1.1. Calcular la transferencia.

3.1.2. Calcular la respuesta impulsiva del sistema.

3.1.3. Determinar si el sistema es causal y justificarlo.

3.1.4. Determinar la condición que debe cumplir a para que el sistema sea estable.

$$y[n] = a^n u[n+1]$$

- 3.2. Dado el sistema de ecuaciones en diferencias acopladas subsiguiente, determinar:

3.2.1. La transformada Z del sistema de ecuaciones en diferencias acopladas.

3.2.2. La relación existente, en forma de ecuación en diferencias, entre $x[n]$ e $y[n]$.

3.2.3. La transferencia del sistema $H(z)$.

3.2.4. La respuesta impulsiva del sistema $h[n]$ que define la relación entre $x[n]$ e $y[n]$.

$$\begin{cases} w[n] = \frac{3}{4}w[n-1] - \frac{1}{8}w[n-2] + x[n] \\ y[n] = w[n] - w[n-1] \end{cases}$$

- 3.3. Para un sistema causal

3.3.1. Determinar y graficar dónde deberían quedar situados los ceros para eliminar la componente continua y la de $\omega=2\pi/5$ de la señal de entrada.

3.3.2. Y los polos ¿dónde deberían situarse para que modifique lo menos posible el resto de las componentes? Graficar la ubicación de los mismos si se sitúan a $|c|=0,95$ del origen.

3.3.3. Escribir la forma que tendría la transferencia requerida.

4. Transformada Z unilateral.

- 4.1 Resolver la ecuación en diferencias con coeficientes constantes siguiente, para $x[n]=u[n]$, con la condición inicial $y[-1]=1$

$$y[n] + 3y[n-1] = x[n]$$

Ejercicios de simulación

1. Análisis de sistemas mediante transformada Z.

★ Escribir un programa de simulación que grafique la respuesta impulsiva, la transferencia y el diagrama de polos y ceros de un sistema discreto.

▶ Procedimiento:

- Generar dos vectores b y a que representen los coeficientes de la ecuación en diferencias de un sistema (es decir, los coeficientes del numerador y denominador de la transferencia).
- Pueden generarse otros escalares, previamente, para almacenar los valores de especificaciones y poder modificarlos (retardo del eco, realimentación del eco, longitud del promediador, etc.)
- Generar un vector cuyos elementos sean una secuencia de números enteros que representen al tiempo discreto n, y otro cuyos elementos sean los valores que adquiere la antitransformada Z del sistema definido por los coeficientes a y b, para cada valor de z.
- Generar un vector cuyos elementos sean una secuencia de números complejos que representen al argumento z, y otro cuyos elementos sean los valores que adquiere la transformada Z del sistema definido por los coeficientes a y b, para cada valor de z.
- Graficar tridimensionalmente la función transformada z en función de la parte real y la parte imaginaria de z.
- Graficar el diagrama de polos y ceros.
- Al principio, se puede generar también un escalar que represente la cantidad de puntos sobre los que se va a calcular la respuesta al impulso, para el caso en que la misma deba truncarse, porque poseería infinitos puntos.

1.1. Simular un sistema que determine la derivada segunda de una señal definido por la ecuación en diferencias siguiente.

$$y[n] = x[n] - 2x[n-1] + x[n-2]$$

1.2. Comparar dos sistemas de audio que producen efectos de eco infinito y eco finito de 2 términos descritos por las ecuaciones en diferencias posteriores. Ajustar los parámetros de retardo D y la ganancia de realimentación k. Verificar cómo se mueven los polos y ceros cuando se modifican los parámetros mencionados.

$$y[n] = x[n] + ky[n-D]$$

$$y[n] = x[n] + kx[n-D] + k^2x[n-2D]$$

1.3. Verificar en las gráficas el efecto de mover los polos y ceros de la transferencia y cómo afecta a la respuesta en frecuencia.

1.4. Simular alguno de los sistemas descritos en los ejemplos de cálculo como el oscilador o el filtro de armónicas.